

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

α.. Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού λέγεται ο θετικός αριθμός ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο δίνει τον αριθμό.

β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ**

1. Αν $\gamma > \delta$ και $\alpha < 0$ τότε ισχύει $\frac{\gamma}{\alpha} > \frac{\delta}{\alpha}$ **ΛΑΘΟΣ**

γιατί όταν διαιρούμε και τα δύο μέλη μιας ανίσωσης με αρνητικό αριθμό αλλάζει η φορά της ανίσωσης.

2. Η ανίσωση $5(x + 1) < 5x$ αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$ **ΛΑΘΟΣ**

γιατί έχουμε $5x + 5 < 5x \Leftrightarrow 5x - 5x < -5 \Leftrightarrow 0x < -5$ που είναι αδύνατη

3. Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y = \frac{a}{x}$ με $a > 0$

βρίσκεται στο 1° και 3° τεταρτημόριο. **ΣΩΣΤΟ**

4. Η ευθεία με συνάρτηση $y = x - \frac{2}{3}$ έχει κλίση $-\frac{2}{3}$ **ΛΑΘΟΣ**

έχει κλίση 1

ΖΗΤΗΜΑ 2°

α. Το εμβαδόν ενός τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος.

β. Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό όταν όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες .

γ. το μήκος τόξου μ° είναι $\ell = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu^\circ}{360^\circ}$

δ. Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

1. να είναι παράλληλα και 2. να τέμνονται κατά μία ευθεία

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

θα έχουμε

$$2\frac{3}{4} - \frac{3}{4}\left(\frac{6x}{9} - \frac{16}{27}\right) = \frac{2}{3}\left(6 - \frac{x}{3}\right) - 1 \Leftrightarrow \frac{11}{4} - \frac{18x}{36} + \frac{48}{108} = \frac{12}{3} - \frac{2x}{9} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\text{ΕΚΠ}=108$$

$$\Leftrightarrow 108 \cdot \frac{11}{4} - 108 \cdot \frac{18x}{36} + 108 \cdot \frac{48}{108} = 108 \cdot \frac{12}{3} - 108 \cdot \frac{2x}{9} - 108 \cdot 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 27 \cdot 11 - 3 \cdot 18x + 48 = 36 \cdot 12 - 12 \cdot 2x - 108 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 297 - 54x + 48 = 432 - 24x - 108 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -54x + 24x = 432 - 108 - 297 - 48 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -30x = 432 - 453 \Leftrightarrow -30x = -21 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-21}{-30} \Leftrightarrow x = \frac{7}{10}$$

ΖΗΤΗΜΑ 2°

Οι ευθείες των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ

έχουν εξισώσεις ΑΒ: $y-x=1$, ΒΓ: $2y+4x=2$, ΑΓ: $y+2=0$

α. το Β σημείο τομής των πλευρών ΑΒ και ΒΓ βρίσκεται

ως εξής: από την συνάρτηση $y-x=1$ θα έχουμε $x=y-1$

το αντικαθιστούμε στην $2y+4x=2 \Leftrightarrow 2y + 4(y-1) = 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2y + 4y - 4 = 2 \Leftrightarrow 6y = 6 \Leftrightarrow y = 1 \text{ αρα } x=1-1 \Leftrightarrow x=0$$

αρα Β(0,1)

ομοίως από την $y+2=0 \Leftrightarrow y=-2$ το αντικαθιστούμε στην

$$2y+4x=2 \Leftrightarrow 2(-2) + 4x = 2 \Leftrightarrow -4+4x=2 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

άρα το Γ σημείο τομής των πλευρών ΑΓ και ΒΓ

θα είναι $\Gamma\left(\frac{3}{2}, -2\right)$

ομοίως από την $y+2=0 \Leftrightarrow y=-2$ το αντικαθιστούμε στην

$$y-x=1 \Leftrightarrow -2-x=1 \Leftrightarrow x=-3$$

άρα το Α σημείο τομής των πλευρών ΑΒ και ΑΓ

θα είναι Α(-3, -2)

β. Το ύψος ΒΗ επειδή είναι κάθετο στην ΑΓ που είναι η ευθεία $y=-2$ και Β έχει συντεταγμένες (0,1) θα είναι επάνω στον άξονα yy' και θα έχει μήκος 3 αρα ΒΗ=3

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

Μας ζητάει να βρούμε την γωνία $\hat{\Gamma}$ του τραπεζίου ΑΒΓΔ
Δίνονται ΒΗ=ύψος, ΑΒ=3, ΑΔ=5, ΔΓ=10, ΔΗ=7

Φέρνουμε και το άλλο ύψος ΑΕ οπότε θα έχουμε

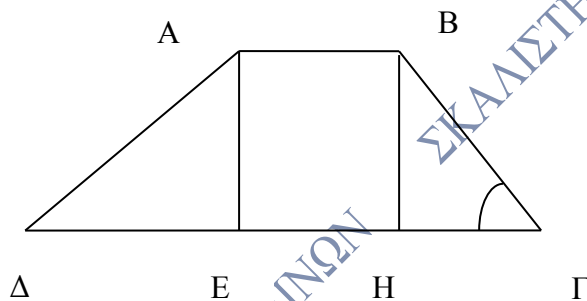
ΑΒ=ΕΗ=3 γιατί ΑΒΗΕ ορθογώνιο και ΔΕ=ΔΗ-ΕΗ=7-3=4

από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΕ με χρήση του πυθαγορείου θεωρήματος

θα έχουμε $AE^2 = AD^2 - DE^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Leftrightarrow AE = 3$

άρα και ΒΗ=3 επίσης ΗΓ=ΔΓ-ΔΗ=10-7=3

συνεπώς $\tan \hat{\Gamma} = \frac{BH}{HG} \Leftrightarrow \tan \hat{\Gamma} = \frac{3}{3} \Leftrightarrow \tan \hat{\Gamma} = 1 \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 45^\circ$



Σημείωση: $\tan$ =εφαπτομένη

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΓΙΩΡΓΟΣ ΔΕΡΕΚΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ