

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

α. $(\alpha - \beta)^3 = (\alpha - \beta)^2(\alpha - \beta) = (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha - \beta) =$
 $= \alpha^3 - \alpha^2\beta - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \alpha\beta^2 - \beta^3 =$
 $= \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

β. Θεώρημα του Θαλή

Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στη μία από τις δύο μη παράλληλες ευθείες είναι ανάλογα προς τα αντίστοιχα τμήματα που ορίζονται στην άλλη από τις μη παράλληλες ευθείες.

ΖΗΤΗΜΑ 2°

α. $\sin 130^\circ = \sin 50^\circ$ ΣΩΣΤΟ γιατί η παραπληρωματικές γωνίες έχουν ίσα ημίτονα

β. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν τις υποτείνουσες ίσες ΛΑΘΟΣ είναι ίσα αν έχουν τις υποτείνουσες ίσες και μία κάθετη πλευρά ίση ή μία οξεία γωνία ίση

γ. $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$ ΛΑΘΟΣ

δ. Αν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος παριστάνονται με τις ευθείες ε_1 και ε_2 και ισχύει ε_1 παράλληλη με ε_2 τότε το σύστημα είναι αδύνατο. ΣΩΣΤΟ

ε. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τρεις πλευρές ίσες μία προς μία. ΣΩΣΤΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

$$\text{ΕΚΠ}=2x(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ και } x \neq 2 \quad (1)$$

$$\frac{2}{x-2} + \frac{4}{2x-x^2} = \frac{2-x}{2x} \Leftrightarrow \frac{2}{x-2} + \frac{4}{x(2-x)} = \frac{2-x}{2x} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{x-2} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{-(x-2)}{2x} \Leftrightarrow$$

$$\text{ΕΚΠ}=2x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-2) \frac{2}{x-2} - 2x(x-2) \frac{4}{x(x-2)} = 2x(x-2) \frac{-(x-2)}{2x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 = -(x-2)^2 \Leftrightarrow 4x - 8 + (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 + (x^2 - 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x+2 = 0 \text{ ή } x-2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ή } x = 2 \Leftrightarrow \mathbf{x = -2} \text{ λόγω της } (1)$$

ΖΗΤΗΜΑ 2°

$$\begin{cases} \frac{15x+2y}{10} - 6 = 0 \\ 0,25(x+2) + \frac{1}{6}(3-y) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15x+2y}{10} = 6 \\ \frac{25(x+2)}{100} - \frac{y-3}{6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15x+2y}{10} = 6 \\ \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 \frac{15x+2y}{10} = 6 \cdot 10 \\ 12 \frac{x+2}{4} - 12 \frac{y-3}{6} = 2 \cdot 12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

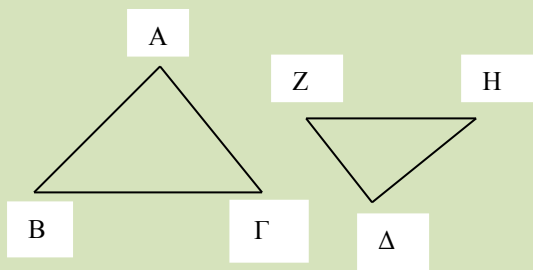
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 2y = 60 \\ 3(x+2) - 2(y-3) = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 2y = 60 \\ 3x + 6 - 2y + 6 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 2y = 60 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \text{προσθέτουμε κατά μέλη και έχουμε}$$

$$18x = 72 \Leftrightarrow \mathbf{x = 4} \text{ και } 3 \cdot 4 - 2y = 12 \Leftrightarrow \mathbf{y = 0}$$

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

$\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B} = \hat{H}$, $ΑΓ=8cm$ $ZH=9 cm$
η ΒΓ διπλάσια της ΖΔ



α. Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΖΗ είναι όμοια γιατί έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία.

β. Επειδή η ΒΓ διπλάσια της ΖΔ αν $ZΔ = x$ τότε $BΓ = 2x$ και επειδή τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΖΗ είναι όμοια θα ισχύει απέναντι των ίσων γωνιών θα έχουμε ανάλογες πλευρές

$$\text{δηλαδή } \frac{2x}{9} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow 2x^2 = 72 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36} \Leftrightarrow$$

$$x = \pm 6 \text{ αρα } x = 6 \text{ οπότε έχουμε } \frac{2 \cdot 6}{9} = \frac{8}{6} \Leftrightarrow \frac{12}{9} = \frac{8}{6} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$$

\Leftrightarrow ο λόγος ομοιότητας θα είναι $\frac{4}{3}$ και επειδή γνωρίζουμε ότι

ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας θα έχουμε

$$\frac{(ΑΒΓ)}{(ΔΖΗ)} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{(ΑΒΓ)}{18cm^2} = \frac{16}{9} \Leftrightarrow (ΑΒΓ) = \frac{16 \cdot 18cm^2}{9} \Leftrightarrow (ΑΒΓ) = 32cm^2$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΓΙΩΡΓΟΣ ΔΕΡΕΚΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ